

- 1) z množiny 10 prvků vybereme 4-prvkovou množinu  $\binom{10}{4}$  resp. všechny 4 lidi můžeme na 4 židličky posadit 4! možnostmi

$$\text{počet} = 4! \cdot \binom{10}{4} = 24 \cdot 210 = 5040$$

ale můžeme také jako variace 4 prvků z 10 :  $V_4(10) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

$$\text{resp. } 10^{(4)} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

2)  $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ,  $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

dále se vyčte  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$

3)  $P(D) = 0.05$   $P(D^c) = 0.95$   $P(D|D) = 0.97$   $P(D|D^c) = 0.02$

a)  $P(D^c|D) = 1 - P(D|D) = 0.03$  b)  $P(D|D) = \frac{P(D|D) \cdot P(D)}{P(D|D) \cdot P(D) + P(D|D^c) \cdot P(D^c)}$   
 $= \frac{0.97 \cdot 0.05}{0.97 \cdot 0.05 + 0.02 \cdot 0.95} = 0.72$

4)  $X \sim (10\text{kg}, 1^2\text{kg}^2)$ ,  $X \sim (7350\text{W}, 735^2\text{W}^2)$ ,  $Y = \frac{1}{2}X$

$$EY = \frac{1}{2} \cdot 7350\text{W} = 3675\text{W}, \text{ var } Y = \text{var} \left( \frac{1}{2}X \right) = \left( \frac{1}{2} \right)^2 \cdot \text{var } X = \frac{1}{4} \cdot 735^2\text{W}^2 = 367.5^2\text{W}^2$$

5)  $X \sim \dots$  počet řen v porotě,  $X \sim \text{Bi} \left( 20, \frac{266}{700} \right)$

$$P_0 = \binom{20}{0} \cdot \left( \frac{266}{700} \right)^0 \cdot \left( \frac{634}{700} \right)^{20} = 7 \cdot 10^{-5}, \quad P_1 = \binom{20}{1} \cdot \left( \frac{266}{700} \right)^1 \cdot \left( \frac{634}{700} \right)^{19} = 8.6 \cdot 10^{-4}$$

$$P_2 = \binom{20}{2} \left( \frac{266}{700} \right)^2 \left( \frac{634}{700} \right)^{18} = 0.005, \quad P_3 = \binom{20}{3} \left( \frac{266}{700} \right)^3 \left( \frac{634}{700} \right)^{17} = 0.0185$$

$$P(A) = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 0.02443$$

Závěr: na hladině významnosti  $\alpha = 5\%$  zamítneme hypotézu,

o stejné úrovni řen a můžeme na výběr doporučit

na hladině významnosti  $\alpha = 1\%$  hypotézu nezamítneme

6)  $f(x_1, x_2) = \int_0^3 \frac{2}{27} x_3 (x_1 + x_2) dx_3 = \frac{1}{3} (x_1 + x_2)$ ,  $F_{(x_1, x_2)} = \int_0^{x_1} \int_0^{x_2} \frac{1}{3} (x_1 + x_2) dx_1 dx_2 = \frac{1}{6} (x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2)$

7)  $P_0 = p^0(1-p)^{1-0} = 1-p$ ,  $P_1 = p^1(1-p)^{1-1} = p$

$$EX = \sum x_i P_i = 0(1-p) + 1 \cdot p = p, \quad EX^2 = \sum x_i^2 P_i = 0^2(1-p) + 1^2 \cdot p = p$$

$$\text{var } X = EX^2 - (EX)^2 = p - p^2 = p(1-p)$$

8)  $P(A) = P_0 + P_1$ ,  $\lambda = 0.01$ ,  $P_0 = \frac{0.01^0}{0!} \cdot e^{-0.01} = 0.99$ ,  $P_1 = \frac{0.01^1}{1!} \cdot e^{-0.01} = 0.0099$