1) $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

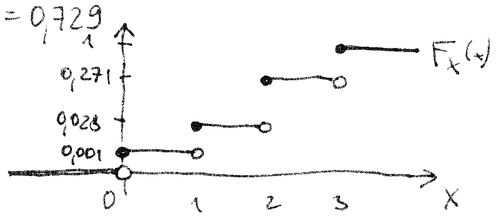
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$

2) $X \sim Bi(n, p)$, $n = 3$, $p = 0{,}9$ $p_k = \binom{n}{k} \cdot p^k (1-p)^{n-k}$, $k = 0, 1, \dots n$

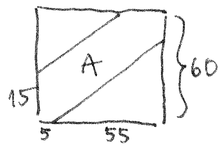
$p_0 = \binom{3}{0} \cdot 0{,}9^0 \cdot 0{,}1^3 = 0{,}001$ $p_1 = \binom{3}{1} \cdot 0{,}9^1 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}027$

$p_2 = \binom{3}{2} \cdot 0{,}9^2 \cdot 0{,}1^1 = 0{,}243$ $p_3 = \binom{3}{3} \cdot 0{,}9^3 \cdot 0{,}1^0 = 0{,}729$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 0{,}001 & 0 \le x < 1 \\ 0{,}028 & 1 \le x < 2 \\ 0{,}271 & 2 \le x < 3 \\ 1 & x \ge 3 \end{cases}$$



3)



$P(A) = \frac{60^2 - \frac{55^2}{2} - \frac{45^2}{2}}{60^2} \doteq 0{,}299$

4) A ... selhání podvozku , B ... kontrolka bliká

$P(A) = 0{,}002$ $P(B|A) = 0{,}999$ $P(B|A^c) = 0{,}005$

$P(A|B^c) = \frac{P(B^c|A) \cdot P(A)}{P(B^c|A) \cdot P(A) + P(B^c|A^c) \cdot P(A^c)} = \frac{0{,}001 \cdot 0{,}002}{0{,}001 \cdot 0{,}002 + 0{,}995 \cdot 0{,}998} = 2 \cdot 10^{-6}$

5) Mějme $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Funkci $X: \Omega \to \mathbb{R}^1$ nazveme náhodná veličina, jestliže $\forall x \in \mathbb{R}^1$ platí $\{\omega \in \Omega : X(\omega) \le x\} \in \mathcal{A}$.

6) $\widehat{EX} = \sum_{i=1}^{5} x_i p_i = 0 \cdot \frac{109}{200} + 1 \cdot \frac{65}{200} + 2 \cdot \frac{22}{200} + 3 \frac{3}{200} + 4 \cdot \frac{1}{200} = \frac{122}{200} = 0{,}61$

$EX^2 = \sum x_i^2 p_i = 0^2 \cdot \frac{109}{200} + 1^2 \cdot \frac{65}{200} + 2^2 \cdot \frac{22}{200} + 3^2 \cdot \frac{3}{200} + 4^2 \cdot \frac{1}{200} = \frac{196}{200}$

$\operatorname{var} X = EX^2 - (EX)^2 = \frac{196}{200} - \left(\frac{122}{200}\right)^2 = \frac{9800}{10000} - \frac{3721}{10000} = \frac{6079}{10000} = 0{,}6079$

princip momentové metody : každé rozdělení závisí na parametrech zjistí se ~~s~~ vhodný moment jako funkce těchto parametrů ; současně se z náhodného výběru zjistí odhad tohoto parametru

u Poissonova rozdělení je $EX = \lambda$ i $\operatorname{var} X = \lambda$, odhad parametru λ tedy může být $\lambda = \overline{X}$ i $\overline{\lambda} = \operatorname{var} X$, je vidět že řešení je vždy $\hat{\lambda} = 0{,}6$

$p_5 = \frac{0{,}6^5}{5!} \cdot e^{-0{,}6} = 0{,}000356$

7) $X \sim N(0{,}120 ; 0{,}009^2)$; $P(0{,}117 < X < 0{,}126) = F_X(0{,}126) - F_X(0{,}117) =$

$= \Phi\left(\frac{0{,}126 - 0{,}120}{0{,}009}\right) - \Phi\left(\frac{0{,}117 - 0{,}120}{0{,}009}\right) = \Phi\left(\frac{2}{3}\right) - \Phi\left(-\frac{1}{3}\right) \doteq 0{,}75 - 0{,}37 = 0{,}38$

vlevo hustota, vpravo distr. funkce $N(0,1)$ viz obr. $\doteq 0{,}8 - 0{,}4 = 0{,}4$

8) $\hat{Y} = 1 + 0{,}542x$

$\hat{Y}_1 = 1 + 0{,}542 \cdot 1 = 1{,}542$ $\qquad e_1 = Y_1 - \hat{Y}_1 = 1 - 1{,}542 = -0{,}542$

$\hat{Y}_2 = 1 + 0{,}542 \cdot 3 = 2{,}626$ $\qquad e_2 = Y_2 - \hat{Y}_2 = 2 - 2{,}626 = -0{,}626$

$\hat{Y}_3 = 1 + 0{,}542 \cdot 4 = 3{,}168$ $\qquad \vdots$

$\hat{Y}_4 = 1 + 0{,}542 \cdot 6 = 4{,}252$

$\hat{Y}_5 = 1 + 0{,}542 \cdot 8 = 5{,}336$

$\hat{Y}_6 = 1 + 0{,}542 \cdot 9 = 5{,}878$

$\hat{Y}_7 = 1 + 0{,}542 \cdot 11 = 6{,}962$

$\hat{Y}_8 = 1 + 0{,}542 \cdot 14 = 8{,}588$ $\qquad e_8 = Y_8 - \hat{Y}_8 = 9 - 8{,}588 = 0{,}412$

reziduální součet čtverců $\quad S_e = \sum_{i=1}^{8} e_i^2 = 4{,}06$