1) $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{6}$ $\quad P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{36}$

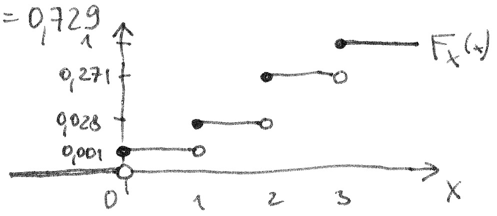
$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \underline{\underline{\frac{11}{36}}}$$

2) $X \sim Bi(n, p)$, $n = 3$, $p = 0{,}9$ $\quad p_k = \binom{n}{k} \cdot p^k (1-p)^{n-k}$, $k = 0, 1, \dots n$

$p_0 = \binom{3}{0} \cdot 0{,}9^0 \cdot 0{,}1^3 = 0{,}001$ $\quad p_1 = \binom{3}{1} \cdot 0{,}9^1 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}027$

$p_2 = \binom{3}{2} \cdot 0{,}9^2 \cdot 0{,}1^1 = 0{,}243$ $\quad p_3 = \binom{3}{3} \cdot 0{,}9^3 \cdot 0{,}1^0 = 0{,}729$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 0{,}001 & 0 \le x < 1 \\ 0{,}028 & 1 \le x < 2 \\ 0{,}271 & 2 \le x < 3 \\ 1 & x \ge 3 \end{cases}$$



3) $P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{2{,}5 \cdot 4{,}5}{5 \cdot 7} = \underline{\underline{0{,}32}}$

Ω je obdélník o stranách 5 a 7 cm

A je obdélník o stranách $(5 - \frac{0{,}5}{2} - \frac{0{,}5}{2} - 1 - 1)$ a $(7 - \frac{0{,}5}{2} - \frac{0{,}5}{2} - 1 - 1)$

4) jev D... pracuje déle, H... je v hospodě, J... je jinde, N... nepřijde ve 20 hod.

$P(D) = 0{,}3$ $\quad P(H) = 0{,}6$ $\quad P(J) = 0{,}1$ $\quad$ B... bude ve 20 hod. doma

$$P(B) = P(B|D) \cdot P(D) + P(B|H) \cdot P(H) + P(B|J) \cdot P(J) =$$
$$= 0{,}9 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}9 \cdot 0{,}1 = \underline{0{,}48}$$

Manžel bude ve 20 hodin doma s pravděpodobností 0,48.

5) P je každá reálná funkce definovaná na σ-algebře $\mathcal{A}$ náhodných jevů taková, že
1) $P(\Omega) = 1$, 2) $P(A) \ge 0, \forall A \in \mathcal{A}$, 3) pro lib. posloupnost $A_1, A_2, \dots$ neslučitelných jevů $P(\bigcup_{i}^{\infty} A_i) = \sum_{i}^{\infty} P(A_i)$

6) $\widehat{EX} = \sum_{i=1}^{5} x_i p_i = 0 \cdot \frac{109}{200} + 1 \cdot \frac{65}{200} + 2 \cdot \frac{22}{200} + 3 \frac{3}{200} + 4 \cdot \frac{1}{200} = \frac{122}{200} = 0{,}61$

$EX^2 = \sum x_i^2 p_i = 0^2 \cdot \frac{109}{200} + 1^2 \cdot \frac{65}{200} + 2^2 \cdot \frac{22}{200} + 3^2 \cdot \frac{3}{200} + 4^2 \cdot \frac{1}{200} = \frac{196}{200}$

$\operatorname{var} X = EX^2 - (EX)^2 = \frac{196}{200} - \left(\frac{122}{200}\right)^2 = \frac{9800}{10000} - \frac{3721}{10000} = \frac{6079}{10000} = 0{,}6079$

princip momentové metody: každé rozdělení závisí na parametrech
zjistí se vhodný moment jako funkce těchto parametrů; současně
se z náhodného výběru zjistí odhad tohoto parametru
u Poissonova rozdělení je $EX = \lambda$ i $\operatorname{var} X = \lambda$, odhad parametru λ
tedy může být $\hat{\lambda} = \bar{X}$ i $\hat{\lambda} = \operatorname{var} X$, je vidět že řešení je vždy $\hat{\lambda} = 0{,}6$

$P_5 = \frac{0{,}6^5}{5!} \cdot e^{-0{,}6} = \underline{\underline{0{,}000356}}$

7) $X \sim N(120, 9^2)$

$$P(X > 124{,}5) = 1 - P(X < 124{,}5) = 1 - F_X(124{,}5) = 1 - \phi\left(\frac{124{,}5-120}{9}\right)$$

$$= 1 - \phi\left(\frac{1}{2}\right) \doteq 1 - 0{,}69146 \doteq \underline{\underline{0{,}3085}}$$

funkce vlevo je hustota $N(0,1)$, vpravo je distribuční funkce $N(0,1)$

8) $\hat{Y} = 1 + 0{,}542\,x$

$\hat{Y}_1 = 1 + 0{,}542 \cdot 1 = 1{,}542$ $\qquad e_1 = Y_1 - \hat{Y}_1 = 1 - 1{,}542 = -0{,}542$

$\hat{Y}_2 = 1 + 0{,}542 \cdot 3 = 2{,}626$ $\qquad e_2 = Y_2 - \hat{Y}_2 = 2 - 2{,}626 = -0{,}626$

$\hat{Y}_3 = 1 + 0{,}542 \cdot 4 = 3{,}168$ $\qquad \vdots$

$\hat{Y}_4 = 1 + 0{,}542 \cdot 6 = 4{,}252$

$\hat{Y}_5 = 1 + 0{,}542 \cdot 8 = 5{,}336$

$\hat{Y}_6 = 1 + 0{,}542 \cdot 9 = 5{,}878$

$\hat{Y}_7 = 1 + 0{,}542 \cdot 11 = 6{,}962$

$\hat{Y}_8 = 1 + 0{,}542 \cdot 14 = 8{,}588$ $\qquad e_8 = Y_8 - \hat{Y}_8 = 9 - 8{,}588 = 0{,}412$

reziduální součet čtverců $\quad S_e = \sum_{i=1}^{8} e_i^2 = 4{,}06$