

1) $pril = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

- 2) označíme K_L ... knihy s vybranými listy $P(K_L) = 0,2$
 K_P ... knihy s přečtenými listy $P(K_P) = 0,3$
 B ... knihy bez vad $P(B) = 0,7$



$$B = (K_L \cup K_P)^c$$

$$P((K_L \cup K_P)^c) = 0,7$$

$$P(K_L \cup K_P) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$K_L \subset K_P$$

Knih s přečtenými listy ale s vadami
 má být 10%

$$P(K_P \setminus K_L) = P(K_P) - P(K_L) = 0,3 - 0,2 = 0,1$$

- 3) nemoc $A_i, i=1,2,3$ $P(A_1) = 0,3$ $P(A_2) = 0,5$ $P(A_3) = 0,2$

laboratorní odsonda
 zbláznivě vyjde

$$P(Z|A_1) = 0,15 \quad P(Z|A_2) = 0,3 \quad P(Z|A_3) = 0,3$$

$$P(A_2|Z) = \frac{P(A_2 \cap Z)}{P(Z)} = \frac{P(Z|A_2) \cdot P(A_2)}{P(Z|A_1) \cdot P(A_1) + P(Z|A_2) \cdot P(A_2) + P(Z|A_3) \cdot P(A_3)} =$$

$$= \frac{0,3 \cdot 0,5}{0,15 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,2} = \frac{0,15}{0,255} = 0,588$$

Pravděpodobnost 2. nemoci při pozitivním výsledku testu je 58,8%.

4) $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt = \int_0^x 3t^2 dt = 3 \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^x = x^3$

$$EX = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx = \int_0^1 x \cdot 3x^2 dx = 3 \int_0^1 x^3 dx =$$

$$= 3 \cdot \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{3}{4}$$



$$EX^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx = \int_0^1 x^2 \cdot 3x^2 dx = 3 \int_0^1 x^4 dx =$$

$$= 3 \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^1 = \frac{3}{5}$$

$$\text{var } X = EX^2 - (EX)^2 =$$

$$= \frac{3}{5} - \left(\frac{3}{4} \right)^2 = 0,0375$$

median

$$\tilde{X}_{0,5} = F(\tilde{X}_{0,5}) = 0,5 \Rightarrow \tilde{X}_{0,5}^3 = 0,5 \Rightarrow \tilde{X}_{0,5} = \sqrt[3]{0,5} = 0,794$$

$$P\left(\frac{1}{3} < X < \frac{2}{3}\right) = F_X\left(\frac{2}{3}\right) - F_X\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{7}{27} = 0,26$$

5) $F = 1,8 \cdot C + 32$ Par. vyjádření střední hodnoty C a variance C
 $C = \frac{F-32}{1,8}$ se pomocí vztahů $EY = a + b \cdot EX$
 $\text{var } Y = b^2 \cdot \text{var } X$

tedy $Y = a + bX$.

$EC = E\left(-\frac{32}{1,8} + \frac{1}{1,8} \cdot F\right) \dots$ zde $a = -\frac{32}{1,8}$ $b = \frac{1}{1,8}$

$EC = -\frac{32}{1,8} + \frac{1}{1,8} \cdot EF = -\frac{32}{1,8} + \frac{1}{1,8} \cdot 42,8 = \underline{6^\circ C}$

$\text{var } C = \text{var}\left(-\frac{32}{1,8} + \frac{1}{1,8} F\right) = \frac{1}{1,8^2} \cdot \text{var } F = \frac{1}{1,8^2} \cdot 3^2 = 2,78 = 1,67^2 (^\circ C)^2$

Střední hodnota je $6^\circ C$ a variance je $1,67^2 (^\circ C)^2$.

6)

	H=0	H=1	H=2	Σ
X=2,5				0,22
X=7,5				0,26
X=12,5				0,28
X=17,5				0,24
Σ	0,07	0,47	0,46	1

a) $E(H|X=2,5) = 0 \cdot \frac{0,07}{0,22} + 1 \cdot \frac{0,12}{0,22} + 2 \cdot \frac{0,07}{0,22} = \frac{26}{22} \approx 1,18$

$E(H|X=7,5) = 0 \cdot \frac{0,02}{0,26} + 1 \cdot \frac{0,13}{0,26} + 2 \cdot \frac{0,11}{0,26} = \frac{35}{26} \approx 1,35$

$E(H|X=12,5) = 0 \cdot \frac{0,01}{0,28} + 1 \cdot \frac{0,13}{0,28} + 2 \cdot \frac{0,14}{0,28} = \frac{41}{28} \approx 1,46$

Ano střední hodnoty

$E(H|X=17,5) = 0 \cdot \frac{0,01}{0,24} + 1 \cdot \frac{0,09}{0,24} + 2 \cdot \frac{0,14}{0,24} = \frac{37}{24} \approx 1,54$

indeksové
se rovnají srovnání X.

$EX = \sum_{i=1}^4 x_i \cdot p_i = 2,5 \cdot 0,22 + 7,5 \cdot 0,26 + 12,5 \cdot 0,28 + 17,5 \cdot 0,24 = 10,2$

$EX^2 = \sum_{i=1}^4 x_i^2 \cdot p_i = 2,5^2 \cdot 0,22 + 7,5^2 \cdot 0,26 + 12,5^2 \cdot 0,28 + 17,5^2 \cdot 0,24 = 133,25$

$\text{var } X = EX^2 - (EX)^2 = 133,25 - 10,2^2 = 29,21$

$E(H \cdot X) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 x_i \cdot h_j \cdot p_{ij}$

$EH = \sum_{j=1}^3 h_j \cdot q_j = 0 \cdot 0,07 + 1 \cdot 0,47 + 2 \cdot 0,46 = 1,39$

$= 25 \cdot 0,005 + \dots$

$EH^2 = \sum_{j=1}^3 h_j^2 \cdot q_j = 0^2 \cdot 0,07 + 1^2 \cdot 0,47 + 2^2 \cdot 0,46 = 2,31$

$+ 17,5 \cdot 2 \cdot 0,14 = 14,88$

$\text{var } H = EH^2 - (EH)^2 = 2,31 - 1,39^2 = 0,388$

$\text{cov}(X, H) = E(X \cdot H) - EX \cdot EH$

$\rho_{X,H} = \frac{\text{cov}(H, X)}{\sqrt{\text{var } H} \cdot \sqrt{\text{var } X}} = \frac{0,697}{\sqrt{29,21} \cdot \sqrt{0,39}} \approx 0,21$

$= 14,88 - 10,2 \cdot 1,39$

$= 0,697$

✓ X a H jsou nekorelované.

7) $\hat{Y} = 35,3012 + 11,8244 \cdot X$

pro $X=3$ dosadíme $\hat{Y} = 35,3012 + 11,8244 \cdot 3 = 70,777$

dobu učení je $t = \hat{Y} - 24 = 70,77 - 24 = \underline{\underline{46,77 \text{ min}}}$

