1) A_{10} … jev – padne "10", příznivé jsou elementární jevy $\{4,6\}, \{5,5\}, \{6,4\}$

$$P(A_{10}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

B_5 … jev, v 1. hodu padne "5"

je třeba najít elementární jevy příznivé jevu $A_{10}|B_5$ … pouze $\{5,5\}$

$$P(A_{10}|B_5) = \frac{1}{6}$$

závěr: pokud sázím na "10" šance se zvýší z $\frac{1}{12}$ na $\frac{1}{6}$

A_7 … jev padne "7", příznivé jsou elementární jevy $\{1,6\}, \{2,5\}, \{3,4\}$, $\{4,3\}, \{5,2\}, \{6,1\}$

$$P(A_7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

opět pokud v 1. hodu padla "5" existuje pro jev A_7 jediný příznivý element. jev ve 2. hodu a to "2"

$$P(A_7|B_5) = \frac{1}{6}$$

závěr: pokud sázím na "7" šance bude stejná a to $\frac{1}{6}$

2) $$P(A) = \frac{20}{25} \cdot \frac{19}{24} \cdot \frac{18}{23} = 0{,}4956$$

3) jev V … vada, V^c … vada není, jev U … přístroj určil vadu

$P(U|V) = 0{,}95 \quad P(U|V^c) = 0{,}002$

$$P(V|U) = \frac{P(U|V)\cdot P(V)}{P(U|V)\cdot P(V) + P(U|V^c)\cdot P(V^c)} = \frac{0{,}95\cdot 0{,}001}{0{,}95\cdot 0{,}001 + 0{,}002\cdot 0{,}999} = 0{,}8262$$

4) Nejprve vyjádříme otázku: „Náhodný výběr 50 lidí bude mít celkovou hmotnost vyšší než 7800 liber." Jinými slovy: „Náhodný výběr 50 lidí bude mít průměr vyšší než 7800/50 = 156 liber každý." Podle pravidla: $\mathrm{var}(\bar{X}_n) = \mathrm{var}\left(\frac{X_1+\dots+X_n}{n}\right) = \frac{1}{n^2}\cdot \mathrm{var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2}\cdot n\cdot \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ zjišťujeme v našem případě $\bar{X}_n \sim N\left(150, \frac{25^2}{50}\right)$

Potřebujeme určit $P(\bar{X}_n > 156) = 1 - P(\bar{X}_n \leq 156) = 1 - P\left(Y \leq \frac{156-150}{\sqrt{\frac{25^2}{50}}}\right) =$

$$= 1 - P\left(Y \leq \frac{6}{\sqrt{\frac{25^2}{2\cdot 25}}}\right) = 1 - P\left(Y \leq \frac{6}{\sqrt{\frac{25}{2}}}\right) = 1 - P\left(Y \leq \frac{6}{5}\cdot\sqrt{2}\right) =$$

$$1 - P(Y \leq 1{,}697) \doteq 1 - 0{,}955 \doteq 0{,}05$$

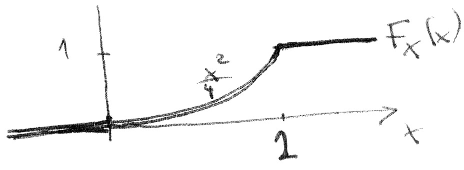
Pasažéři překročí povolenou hmotnost s pravděpodobností 0,05.

5) $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt = \int_{-\infty}^{0} 0\,dt + \int_{0}^{x} \frac{t}{2}\,dt = 0 + \frac{1}{2}\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^x = \underline{\underline{\frac{x^2}{4}}}$

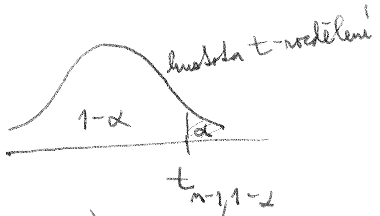
$EX = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\,dx = \int_0^2 x \cdot \frac{x}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$EX^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x)\,dx = \int_0^2 x^2 \cdot \frac{x}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^3\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2 = \underline{\underline{2}}$

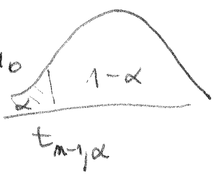
$\operatorname{var} X = E\left[(X-EX)^2\right] = EX^2 - (EX)^2 = 2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{18}{9} - \frac{16}{9} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$



6) a) $H_0: \mu \leq \mu_0$
$H_a: \mu > \mu_0$



b) $H_0: \mu \geq \mu_0$
$H_a: \mu < \mu_0$



$W = (t_{n-1,1-\alpha}\,;\,\infty)$

$W = (-\infty\,;\,t_{n-1,\alpha})$

	H_0 je pravdivá	H_0 není pravdivá
zamítnu H_0	chyba 1. druhu	správný výsledek
nezamítnu H_0	správný výsledek	chyba 2. druhu

7) za půl hodiny chodí v průměru $\lambda = 3$ zákazníci

určíme $p_0 = \frac{3^0}{0!} \cdot e^{-3} = 0{,}0498$ $\qquad p_1 = \frac{3^1}{1!} \cdot e^{-3} = 0{,}1494$

$p_2 = \frac{3^2}{2!} \cdot e^{-3} = 0{,}2240$ $\qquad p_3 = \frac{3^3}{3!} \cdot e^{-3} = 0{,}2240$

$p_4 = \frac{3^4}{4!} \cdot e^{-3} = 0{,}168$ $\qquad p_5 = \frac{3^5}{5!} \cdot e^{-3} = 0{,}1008$

Nejpravděpodobněji přijdou 2 nebo 3 zákazníci, pravděpodobnost 2 i 3 zákazníků je stejná a je rovna 0,224.

8) $\bar{x} = \frac{3+9+7+8+9+12+15+8+10+9}{10} = 9$ neboť $\bar{x}_{10} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{n}$

$\hat{x} = 9$ neboť 9 je nejčetnější hodnota znaku (v definici modusu)

$\tilde{x} = 9$ neboť v setříděném souboru je $x_{(5)} = 9$ a $x_{(6)} = 9$

... medián je prostřední údaj (pro n liché) nebo průměr dvou prostředních (n sudé)

$\frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n} = \frac{\sum x_i - n\bar{x}}{n} = \frac{\sum x_i}{n} - \bar{x} = 0$ ... pro medián neplatí